2.2.12 Rovnoměrný pohyb II

Předpoklady: 020210

Pomůcky:

Př. 1: Jakou vzdálenost urazí za pět minut automobil jedoucí rychlostí 85 km/h?

$t = 5\,\text{min} = \frac{5}{60}\,\text{h}$, $v = 85\,\text{km/h}$

$s = vt = 85 \cdot \frac{5}{60}\,\text{km} = 7{,}1\,\text{km}$

Automobil jedoucí rychlostí 85 km/h urazí za 5 minut vzdálenost 7,1 km.

V minulé hodině jsme se naučili vzorcem $s = vt$ počítat dráhu, kterou urazí za libovolný čas t předmět, který se pohybuje rovnoměrně libovolnou rychlostí v.

Vypočet dráhy není jediným problémem, který se váže k rovnoměrnému pohybu. Může se nám hodit i určení potřebné rychlosti nebo času. Rozhodně se však kvůli tomu nebudeme muset učit nové vzorce, stačí upravit vztah pro dráhu $s = vt$.

$s = vt$ na pravé straně potřebujem pouze člen v, který je vynásoben časem t $\Rightarrow$ vydělíme pravou stranu časem t (aby se pokrátil s časem t).

$s = v \cdot t \quad / : t$

$\frac{s}{t} = \frac{v \cdot t}{t}$ (abychom zachovali rovnost, musíme s oběma stranami udělat to samé)

$\frac{s}{t} = v$

Vzorec, který jsme získali už známe - počítali jsme s nim rychlost. Jeho správnost vyplývá i z jednotek pro rychlost, například m/s získáme tím, že metry dělíme sekundami, tedy dráhu časem.

Existují i jiné způsoby, jak si výsledek zkontrolovat.

Př. 2: Pohyb, při kterém urazíme velkou vzdálenost, je pohyb, při kterém se pohybujeme velkou rychlostí po dlouhou dobu. Jak vypadá pohyb, při kterém se pohybujeme velkou rychlostí? Jak vypadá pohyb, při kterém se pohybujeme malou rychlostí?

Velká rychlost: ujedeme velkou vzdálenost za krátkou dobu.
Malá rychlost: ujedeme malou vzdálenost za dlouhou dobu.

Př. 3: Pro jaké hodnoty kladných čísel a, b je hodnota zlomku $\frac{a}{b}$ velká? Kdy je malá?

Velká hodnota zlomku: velká hodnota čitatele a, malá hodnota jmenovatele b.
Malá hodnota zlomku: malá hodnota čitatele a, velká hodnota jmenovatele b.

Výsledky obou předchozích příkladů spojíme do kontroly vztahu $v = \frac{s}{t}$:

- Velkou rychlostí jedeme, když ujedeme velkou vzdálenost *s* za krátkou dobu *t* - zlomek má velkou hodnotu, když je velký čitatel *s* a malý jmenovatel *t*.
- Malou rychlostí jedeme, když ujedeme malou vzdálenost *s* za dlouhou dobu *t* - zlomek má malou hodnotu, když je malý čitatel *s* a velký jmenovatel *t*.

Př. 4: Odvoď ze vzorce $s = vt$ vztah pro čas rovnoměrného pohybu a zkontroluj jej pomocí příkladů z reálného života.

$s = v \cdot t \quad / : v$ (na pravé straně se potřebujeme zbavit rychlosti *v*)

$\frac{s}{v} = \frac{v \cdot t}{v}$ (obě strany dělíme *v*, vpravo se rychlosti pokrátí)

$\frac{s}{v} = t$

Kontrola:

- Dlouho pojedeme, když musíme ujet velkou vzdálenost malou rychlostí (například z Třeboně do Prahy na kole) - zlomek má velkou hodnotu, když velký čitatel *s* dělíme malým jmenovatelem *v*.
- Chvíli pojedeme, když musíme ujet malou vzdálenost velkou rychlostí (například dojet nakoupit autem) - zlomek má malou hodnotu, když malý čitatel *s* dělíme velkým jmenovatelem *v*.

Pedagogická poznámka: Pokud jste probírali látku v pořadí, které je použito v této učebnici (tedy optiku před pohybem), mají žáci v matematice probrané zlomky a jsou většinou schopni si hodnoty zlomků představit. V opačném případě (udělali jste chybu), je skoro jedno, co jim budete vykládat, protože se zlomky teprve začínají učit a představovat si jejich hodnoty je nad síly většiny z nich.

Pedagogická poznámka: Na tomto místě někteří učitelé zavádí trojúhelníčky, které umožňují "vyjadřování neznámých" ze vzorců bez úprav rovnic. Důvodů proti jejich zavádění je několik:

- studenti z trojúhelníčků získávají vztahy zadarmo a bez přemýšlení, trojúhelníčky v nich vzbuzují pocit, že nad tím není třeba přemýšlet (**největší prohřešek vůbec**),
- studenti zapomínají na polohu jednotlivých písmenek v trojúhelníčku a pak získávají zcela nesmyslné výsledky,
- studenti aplikují „trojúhelníčkovou technologii“ i na vztahy, které například obsahují sčítání a na klasické použití v trojúhelníčcích se nehodí,
- klasické vyjadřování z jednoduchých vztahů pomocí ekvivalentních úprav (rovnice a je rovnost a tu zachováme pouze v případě, že s oběma stranami provedeme to samé) není pro žáky u jednoduchých vzorců nijak obtížné, ale na rozdíl od trojúhelníčků je použitelné obecně.

Z libovolného fyzikálního vztahu můžeme vyjadřovat matematickými úpravami pro rovnice jakoukoliv veličinu. Takto získáme obecný vztah, který sice obsahuje písmenka, ale:
umožňuje řešit více stejných příkladů najednou (pouze dosadíme různá čísla)
umožňuje kontrolu správnosti (například srovnáním s realitou)

Každý fyzikální zákon se budeme učit pouze v základním tvaru. Tvary pro vyjádření různých veličin se učit nebudeme, protože je můžeme snadno získat pomocí matematických úprav a protože nemá cenu se učit zbytečnosti.

Př. 5: Vypočti.
a) Jakou rychlostí musíme jet autem, abychom za dvě a půl hodiny dokázali ujet vzdálenost 170 km?
b) Běžná Michalova rychlost na kole je 22 km/h. Za jak dlouho dojede na třešně vzdálené 8 km?
c) Do odjezdu vlaku zbývá 35 minut. Jakou rychlostí je třeba jít, jestliže zastávka je vzdálena 4 km?
d) Za jak dlouho urazí auto jedoucí rychlostí 130 km/h vzdálenost 15 m?

a) Jakou rychlostí musíme jet autem, abychom za dvě a půl hodiny dokázali ujet vzdálenost 170 km?
$t = 2,5\ \text{h}$, $s = 170\ \text{km}$
$s = vt \quad / : t$ (na pravé straně se potřebujeme se zbavit času)
$$v = \frac{s}{t} = \frac{170}{2,5}\ \text{km/h} = 68\ \text{km/h}$$
Pokud máme za 2,5 hodiny ujet vzdálenost 170 km, musíme jet rychlostí 68 km/h.

b) Běžná Michalova rychlost na kole je 22 km/h. Za jak dlouho dojede na třešně vzdálené 8 km?
$v = 22\ \text{km/h}$, $s = 8\ \text{km}$
$s = vt \quad / : v$ (na pravé straně se potřebujeme se zbavit rychlosti)
$$t = \frac{s}{v} = \frac{8}{22}\ \text{h} = 0,364\ \text{h} = 22\ \text{min}$$
Michal pojede na třešně 22 minut.

c) Do odjezdu vlaku zbývá 35 minut. Jakou rychlostí je třeba jít, jestliže zastávka je vzdálena 4 km?
$t = 35\ \text{min} = 0,583\ \text{h}$, $s = 4\ \text{km}$
$s = vt \quad / : t$ (na pravé straně se potřebujeme se zbavit času)
$$v = \frac{s}{t} = \frac{4}{0,583}\ \text{km/h} = 6,9\ \text{km/h}$$
Pokud máme stihnout odjezd vlaku, musíme jít rychlostí 6,9 km/h.

d) Za jak dlouho urazí auto jedoucí rychlostí 130 km/h vzdálenost 15 m?
$v = 130\ \text{km/h} = 36,1\ \text{m/s}$, $s = 15\ \text{m}$
$s = vt \quad / : v$ (na pravé straně se potřebujeme se zbavit rychlosti)
$$t = \frac{s}{v} = \frac{15}{36,1}\ \text{h} = 0,42\ \text{s}$$
Auto jedoucí rychlostí 130 km/h urazí 15 m za 0,42 s.

Poslední bod předchozího příkladu se týká bezpečných rozestupů při jízdě na dálnici. Ačkoliv se 15 m zdá jako bezpečný rozestup, jeho vzdálenost urazíte na necelou polovinu sekundy (během, které nestihnete ani zareagovat na rozsvícení brzdových světel před vámi jedoucího vozu). Ačkoliv před Vám jedoucí auto nemůže zastavit okamžitě, a musí brzdit na nějaké dráze, máte času poměrně málo (řidič ve předu jedoucího auta si to musí uvědomovat také a nespoléhat, že za ním jedoucí auta dokáží zareagovat na náhlé změny rychlosti jízdy).

Pedagogická poznámka: Chyby se objevují už v bodě b), kde někteří žáci v obavě před čísly menšími než jedna raději dělí obráceně. Stejně jako v dalších podobných příkladech se ptám, zda je možné, že by cyklista, který ujede za hodinu 22 km, jel 8 km více než dvě a půl hodiny.

Př. 6: Při jaké rychlosti ujede osobní automobil jeden kilometr za minutu?

$t = 1\,\text{min} = \frac{1}{60}\,\text{h}$, $s = 1\,\text{km}$

$s = vt \quad / : t$ (na pravé straně se potřebujeme se zbavit času)

$$v = \frac{s}{t} = \frac{1}{\frac{1}{60}}\ \text{km/h} = 60\ \text{km/h}$$

Při rychlosti 60 km/h ujede automobil za minutu jeden kilometr.

Pedagogická poznámka: Řešení je jasné i bez počítání. Pokud auto ujede kilometr za minutu, musí za hodinu ujet šedesátkrát více, tedy 60 km a jede tedy rychlostí 60 km/h.

Př. 7: Kája běží 1500 m. Prvních 400 m uběhl za minutu a 47 sekund. Za jak dlouho by uběhl celou trasu, kdyby udržel rychlost z prvního kola?

Máme zjistit čas, známe dráhu, ale neznáme rychlost, tu si musíme spočítat z údajů o první kole.

$t = 1\,\text{min}\,47\,\text{s} = 107\,\text{s}$, $s = 400\,\text{m}$

$s = vt \quad / : t$ (na pravé straně se potřebujeme se zbavit času)

$$v = \frac{s}{t} = \frac{400}{107}\ \text{m/s} = 3{,}74\ \text{m/s}$$

První kolo Kája běžel rychlostí 3,74 m/s.

$v = 3{,}74\,\text{m/s}$, $s = 1500\,\text{m}$

$s = vt \quad / : v$ (na pravé straně se potřebujeme se zbavit rychlosti)

$$t = \frac{s}{v} = \frac{1500}{3{,}74}\ \text{s} = 401\,\text{s} = 6\ \text{min}\ 41\,\text{s}$$

Pokud Kája udrží rychlost z prvního kola, uběhne závod za 6 min a 41 s.

Pedagogická poznámka: Předchozí příklad je srovnávací, nemusí ho počítat celá třída. Důležité je stihnout před koncem hodiny ještě provedení odhadů v následujícím příkladu. Jejich kontrolu výpočtem je možné odsunout na doma, nebo zcela vynechat.

Př. 8: Výsledky následujících příkladů nepočítej, ale odhadni.
a) Jakou rychlostí musí jet cyklista, aby ujel 50 km za tři hodiny?
b) Za jak dlouho urazí auto rychlostí 75 km/h vzdálenost 20 km?
c) Stíhací letoun Gripen létá rychlostí až 2200 km/h. Za jak dlouho přeletí ČR (490 km ve směru východ-západ).
d) Jakou rychlostí běžel závodník běh na 1500 m, jestliže jej uběhl za tří a půl minuty?

a) Jakou rychlostí musí jet cyklista, aby ujel 50 km za tři hodiny?
Na každou ze tří hodin připadá třetina z 50 km $\Rightarrow$ musí se pohybovat rychlostí okolo 17 km/h.

b) Za jak dlouho urazí auto rychlostí 75 km/h vzdálenost 20 km?
Při rychlosti 80 km/h by na 20 km stačila čtvrt hodina $\Rightarrow$ při rychlosti 75 km/h bude auto muset jet o trochu déle, přibližně 16 - 18 minut.

c) Stíhací letoun Gripen létá rychlostí až 2200 km/h. Za jak dlouho přeletí ČR (490 km ve směru východ-západ).
Letadlo letí ani ne 500 km rychlostí větší než 2000 km/h, bude potřebovat méně než čtvrt hodiny $\Rightarrow$ přibližně 12 - 14 minut.

d) Jakou rychlostí běžel závodník běh na 1500 m, jestliže jej uběhl za tří a půl minuty?
Závodník uběhl 0,5 km za o trochu více než minut, je tedy pomalejší než 30 km/h, přibližně běží rychlostí 24 - 28 km/h.

Př. 9: Vypočítej všechny body předchozího příkladu a ověř tak své odhady.

a) Jakou rychlostí musí jet cyklista, aby ujel 50 km za tři hodiny?
$t = 3\ \text{h}$, $s = 50\ \text{km}$
$s = vt \quad / : t$ (na pravé straně se potřebujeme se zbavit času)
$$v = \frac{s}{t} = \frac{50}{3}\ \text{m/s} = 16,7\ \text{m/s}$$
Cyklista se musí pohybovat rychlostí 16,7 km/h.

b) Za jak dlouho urazí auto rychlostí 75 km/h vzdálenost 20 km?
$v = 75\ \text{km/h}$, $s = 20\ \text{km}$
$s = vt \quad / : v$ (na pravé straně se potřebujeme se zbavit rychlosti)
$$t = \frac{s}{v} = \frac{20}{75}\ \text{h} = 0,267\ \text{h} = 16\ \text{min}$$
Rychlostí 75 km/h ujede auto 20 km za 16 minut.

c) Stíhací letoun Gripen létá rychlostí až 2200 km/h. Za jak dlouho přeletí ČR (490 km ve směru východ-západ).
$v = 2\,200\ \text{km/h}$, $s = 490\ \text{km}$
$s = vt \quad / : v$ (na pravé straně se potřebujeme se zbavit rychlosti)
$$t = \frac{s}{v} = \frac{490}{2200}\ \text{h} = 0,223\ \text{h} = 13,4\ \text{min}$$
Stíhací letoun Gripen přeletí rychlostí 2200 km/h ČR ve směru východ-západ za 13,4 minuty.

d) Jakou rychlostí běžel závodník běh na 1500 m, jestliže jej uběhl za tří a půl minuty?

$t = 3,5\,\mathrm{min} = 0,0583\,\mathrm{h}$, $s = 1500\ \mathrm{m}$

$s = vt \qquad / : t$ (na pravé straně se potřebujeme se zbavit času)

$$v = \frac{s}{t} = \frac{1,5}{0,0583}\ \mathrm{km/h} = 25,7\ \mathrm{km/h}$$

Závodník běžel rychlostí 25,7 km/h.

Shrnutí: Ze základního vzorce $s = vt$ můžeme pomocí úprav získat i vzorce pro rychlost a čas.